2.

$$|1+e^{i\theta}|=\left|2\cos\frac{\theta}{2}.\right|e^{i\frac{\theta}{2}}=2\cos\frac{\theta}{2}.(car\ \frac{\theta}{2}\in\ ]0;\frac{\pi}{2}[)$$

$$Arg\left(1+e^{i\theta}\right)=\ Arg(\ 2\cos\frac{\theta}{2}\ e^{i\frac{\theta}{2}}\ )=\frac{\theta}{2}$$

$$|1-e^{i\theta}|=\left|-2i\sin(\frac{\theta}{2}).e^{i\frac{\theta}{2}}\right|=2\sin(\frac{\theta}{2})$$

$$Arg\left(1-e^{i\theta}\right)=\ Arg(-2i\sin(\frac{\theta}{2})\ e^{i\frac{\theta}{2}}\ )=\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{2}$$

EX 2 3 PAGE 21

1) $Z=\cos(\theta)-i\sin(\theta)=\overline{\cos(\theta)+i\sin(\theta)}$

$$=\overline{e^{i\theta}}=e^{-i\theta}$$

2) $Z=\sin(\theta)+i\cos(\theta)$

$$=\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)+i\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)=e^{i(\frac{\pi}{2}-\theta)}$$

3) $Z=-\cos(\theta)-i\sin(\theta)=-(\cos(\theta)+i\sin(\theta))$

$$=-e^{i\theta}=e^{i(\pi+\theta)}$$

4) $Z=1+i.\tan(\theta)=\dfrac{\cos(\theta)+i\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$

$$=\frac{1}{\cos(\theta)}e^{i\theta}(\cos(\theta)>0)$$

5) $Z=\dfrac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}=\dfrac{2i\sin(\theta)}{2\cos(\theta)}=\tan(\theta)e^{i\frac{\pi}{2}}$

* $pour\ \theta\in\ ]-\frac{\pi}{2};0[\ \ Z=-\tan(\theta)e^{i(-\frac{\pi}{2})}$

* $pour\ \theta\in\ ]0;\frac{\pi}{2}[\ \ Z=\tan(\theta)e^{i\frac{\pi}{2}}$

EX 2 4 PAGE 21

1. M(t)$\in\zeta$ et $\left(\widehat{\vec{u};\overrightarrow{OM}}\right)\equiv\alpha\Rightarrow t=e^{i\alpha}\Rightarrow$

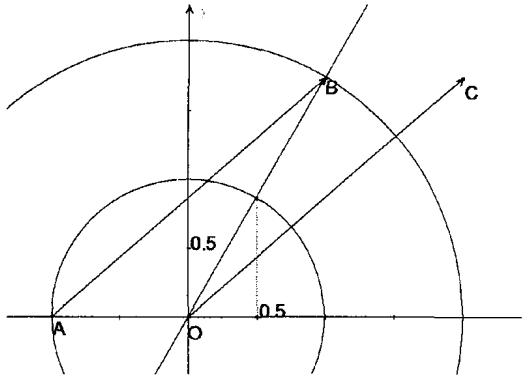
$U=t^3=e^{i3\alpha}=\cos(3\alpha)+i\sin(3\alpha)$

et $v=2t=2(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))$

2. Pour $\alpha=\frac{\pi}{3}\Rightarrow U=-1\Rightarrow A(-1;0)$

$W=2t-t^3=Z_B-Z_A$

$\Rightarrow\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AB}\Rightarrow C=t_{\overrightarrow{AB}}(O)$



3. O ;A et B alignées ssi $\frac{aff(\overrightarrow{OA})}{aff(\overrightarrow{OB})}$ réel

Ssi $\frac{t^3}{2t}=\frac{1}{2}t^2$ réel

Ssi $2\alpha=k.\pi\Leftrightarrow\alpha=k.\pi/2$ or $\alpha\in[0;\pi/2]$

Donc **O ;A et B sont alignées pour α=π/2 ou α=0**

4. a/ On a

$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AB}\Rightarrow OABC\ est\ un\ parallèlogramme$

b/ OABC rectgle ssi $AC=OB=2$

ssi

$$|2t-2t^3|=2$$

$$\Leftrightarrow|t-t^3|=1\Leftrightarrow|1-t^2|=1\ car|t|=1$$

$$\Leftrightarrow 2\sin(\alpha)=\pm1\ (d'après\ Ex22)$$

$$or\ \alpha\in\ ]0;\frac{\pi}{2}[\ \ \Rightarrow\alpha=\frac{\pi}{6}$$

Conclusion : OABC est un rectangle pour α=π/6

EX 2 5 PAGE 21

$z=e^{i2\theta}-i\Rightarrow\bar{z}=e^{-i2\theta}+i$

1. Soit I le milieu de [MM']

$\Rightarrow Z_I=\frac{z+\bar{z}}{2}=\cos(2\theta)$

OMNM' losange$\Rightarrow$ I milieu de [ON]

$\Rightarrow$ L'affixe du point N est :$2\cos(2\theta)$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn